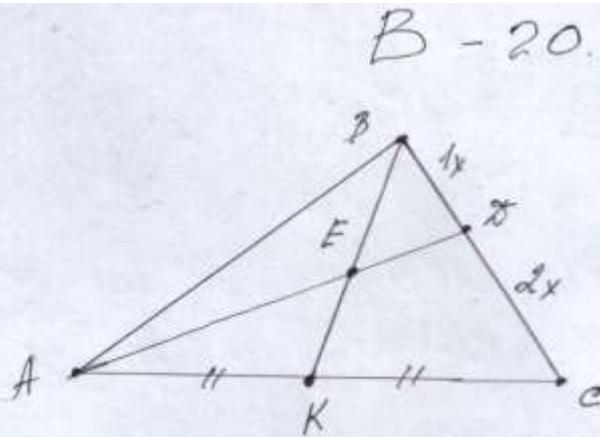


Площадь треугольника ABC равна 60. Биссектриса AD пересекает медиану BK в точке E , при этом $BD : DC = 1 : 2$. Найдите площадь четырёхугольника $EDCK$.



Решение

$BD : DC = 1 : 2$. Пусть x - длина, $BD = 1x$, $DC = 2x$.

$$S_{\triangle ABD} = \frac{1}{3} \text{ часть } S_{\triangle ABC}. \quad (\text{Площади } \triangle \text{ с равными высотами относятся как основания}).$$

$$S_{\triangle ABD} = 20; \quad S_{\triangle ABC} = 60.$$

$$\text{Аналогично } S_{\triangle ACK} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABC} = 30.$$

По свойству биссектрисы (биссектриса делит противоположную сторону на отрезки пропорциональные прилежащим сторонам)

$$\text{т.е. } \frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC} = \frac{1}{2}; \quad AB = \frac{1}{2} AC, \Rightarrow$$

$$AB = AK,$$

тогда $\triangle ABK$ - равнобедренный и AE является биссектрисой и медианой
тогда $BE = EK$; $S_{\triangle ABE} = S_{\triangle ABEK} = 15.$

$$S_{\text{ЧКЕД}} = S_{\triangle ABC} - S_{\triangle ABEK} = 60 - 15 = 45.$$

Ответ: 45.